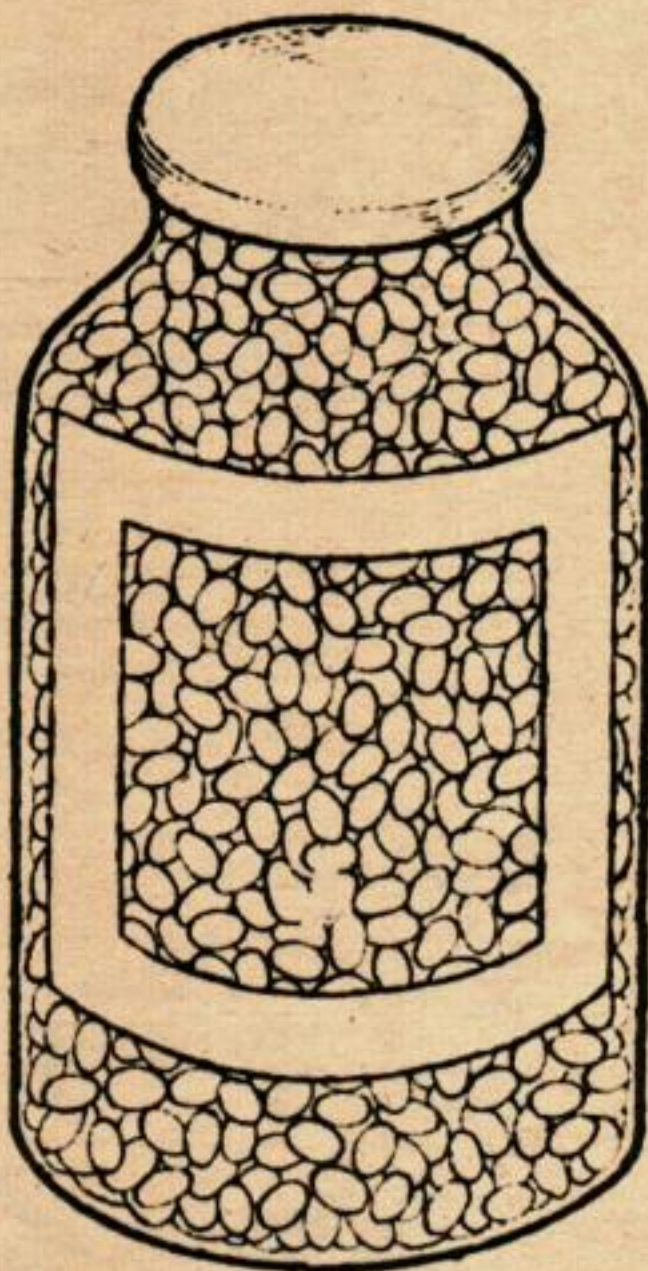


Combien de haricots dans le bocal ?



Par Edward O. THORP

Professeur de mathématiques
à l'Université d'Etat du Nouveau-Mexique.

L'auteur, qui a forcé les maisons de jeu de Las Vegas à modifier les règles des jeux quand, par des calculs extraordinaires, il a réussi à « faire sauter la banque à chaque coup », vous explique comment vous pouvez gagner à ce vieux jeu. Vous trouverez, ici, toutes les formules nécessaires. Bonne chance !

Il y a quelques temps, on pouvait lire dans les journaux que trois étudiants avaient utilisé leurs connaissances de mathématiques pour gagner un concours de devinette. Ils ont estimé la quantité d'huile contenue dans un réservoir et ont ainsi gagné les premiers prix, soit 1 800 dollars au total (9 000 F).

Les prix sont assez exceptionnels — on ne gagne pas tant d'habitude — mais le jeu est vieux comme le monde. Nous avons tous, un jour ou l'autre, essayé de deviner le nombre de sous contenus dans une bouteille, de petits pois dans un vase ou de haricots dans un bocal.

Comme l'avaient montré les étudiants en question, avec quelque technique, on peut « prendre le dessin » dans les jeux de devinette de ce genre. Pour ne pas compliquer les choses, je me contenterai de parler des haricots.

La première solution qui vient à l'esprit, c'est de prendre un bocal du même genre et de le remplir avec des haricots du même genre que ceux qui sont utilisés pour le concours. On compte ensuite les haricots. Croyez-vous que vous aurez ainsi le nombre correct ? C'est peu probable.

Comment les erreurs se glissent

Tout d'abord, on peut faire une petite erreur quant à la taille du bocal. Cette erreur est probablement trop petite pour jouer un rôle important, mais si cela vous tracasse, vous pouvez vous procurer plusieurs bocaux et découvrir dans quelle mesure la contenance varie. Vous pouvez y arriver en remplissant chacun d'eux de haricots que vous comptez ensuite. Un moyen plus rapide et plus sûr, c'est de remplir chaque bocal jusqu'à la hauteur convenable avec de l'eau et de comparer les volumes d'eau.

Une seconde raison qui pourrait vous

écarter du nombre exact, c'est que les haricots sont de taille et de forme variables. Ce qui fait qu'un certain volume n'en contient pas toujours un même nombre. Pour vous faire une idée des différences, remplissez plusieurs fois le même bocal avec de nouveaux haricots et comptez chaque fois le nombre. Si le bocal est de taille respectable et s'il faut trop de temps pour compter les haricots, faites la même chose avec un bocal plus petit. Cela vous donnera une idée des différences obtenues avec un grand bocal.

Supposez par exemple que le bocal du concours ait une capacité de 70 l et que vous utilisez un bocal d'un litre. Si le bocal d'un litre vous donne des dénombrements tels que 980, 1 000 et 1 020, vous pouvez supposer que le grand bocal qui a une capacité 70 fois plus grande vous donnera des dénombrements tels que 980×70 , $1\,000 \times 70$ et $1\,020 \times 70$.

L'incertitude quant au tassement est une troisième cause d'erreur. Si vous remplissez une boîte de sucre et si vous secouez la boîte, le sucre se tassera et vous pourrez en mettre davantage. On peut également tasser les haricots en agitant le bocal.

Un moyen d'estimer le degré de tassement, c'est de compter le nombre de haricots qui touchent la paroi intérieure du bocal du concours et le nombre de haricots qui touchent la paroi intérieure de votre propre bocal. Ces deux chiffres vous donneront un rapport ou facteur de tassement.

Mais il est possible que le nombre de haricots soit trop grand pour être compté. Vous pouvez simplifier la tâche en traçant une « fenêtre » d'une certaine grandeur et d'une certaine forme — un carré donne les meilleurs résultats — sur la paroi du bocal de concours. Comptez les haricots qui touchent la paroi du bocal dans les limites tracées. Faites exactement la même chose avec une fenêtre identique sur la paroi de votre propre bocal.

Disons que le nombre de haricots qu'on voit dans la fenêtre du bocal de concours est C et que le nombre qu'on voit dans la fenêtre de votre propre bocal est W. Comme les longueurs agissent comme la racine carrée des surfaces (la longueur du côté d'un carré est égale à la racine carrée de la surface du carré), il s'ensuit que la distance moyenne entre les centres des haricots dans le bocal de concours est d'environ $\sqrt{C/W}$ fois celle de votre propre bocal. Vous pouvez obtenir la racine carrée de C/W en vous servant de tables logarithmiques ou d'une règle à calcul.

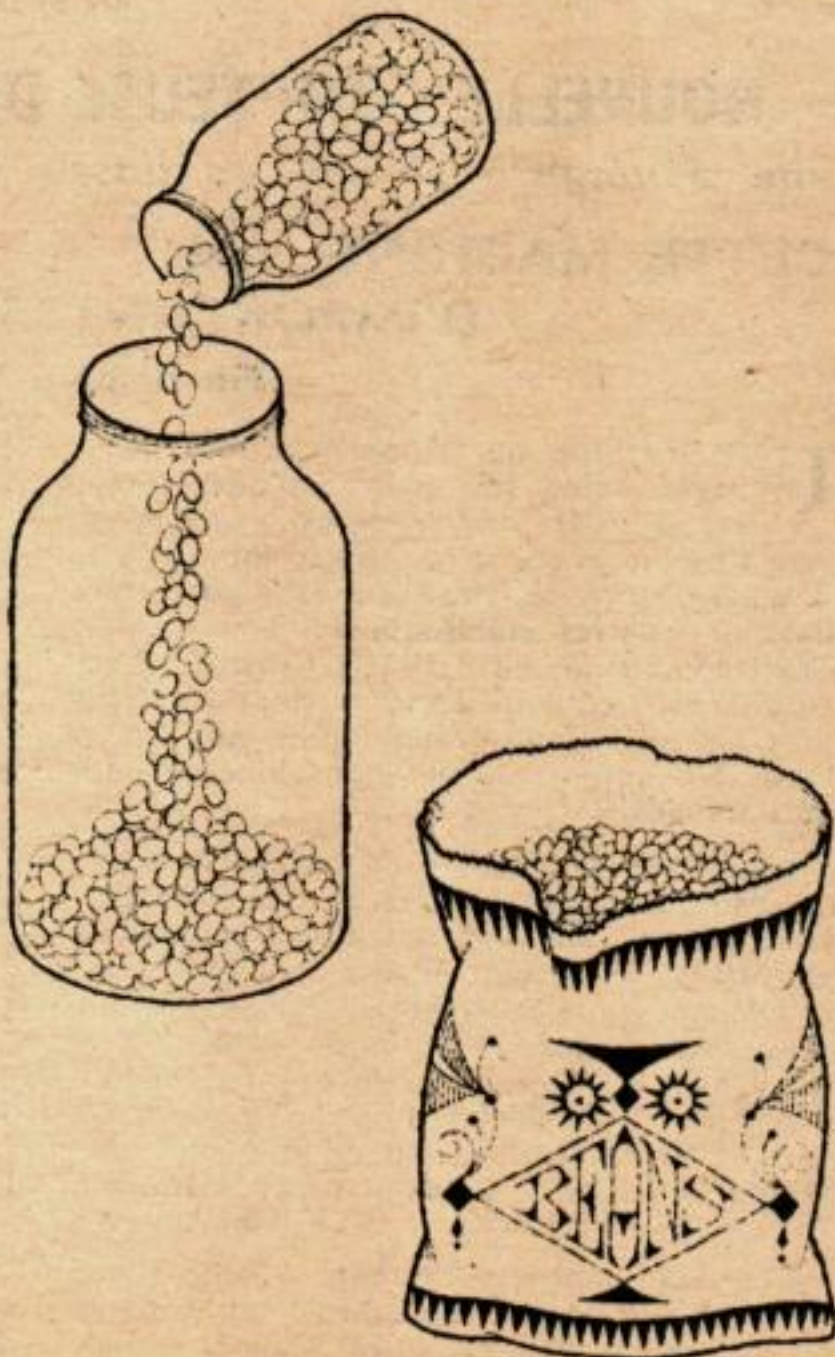
Les volumes agissent comme les cubes des longueurs et il s'ensuit que le nombre de haricots dans le bocal de concours est d'environ $(\sqrt{C/W})^3$ fois plus grand que celui que contient votre propre bocal.

Prenez plutôt un petit bocal

Si le récipient est très grand et qu'il est pratiquement impossible pour vous de compter les haricots (les organisateurs du concours peuvent peut-être le faire à l'aide d'une machine), prenez un récipient plus petit et remplissez-le de haricots. Comptez les haricots et trouvez ensuite combien de fois il faut vider le petit récipient dans le grand pour remplir ce dernier. On multiplie pour trouver le nombre de haricots contenus dans le grand bocal. Pour avoir une idée de l'erreur en cause, appliquez cette méthode plusieurs fois et notez les « écarts » des résultats.

Supposons qu'il soit impossible de se procurer un bocal comme celui qui sert pour le concours. Il faut alors

(Suite page 115)



Combien de haricots dans le bocal ?

(Suite de la page 47)

essayer d'estimer le volume du récipient de concours. Si nous pouvons mesurer diverses dimensions du bocal de concours, nous pouvons utiliser ces mesures pour trouver le volume.

Par exemple, si le bocal est une sphère, le volume V est donné par la formule $\pi D^3/6$ où D est le diamètre de la sphère et $\pi = 3,1416$. Il existe d'autres formules donnant le volume de nombreuses autres formes géométriques simples.

Même si le bocal est de forme peu habituelle, il est néanmoins généralement ce qu'on appelle une surface de révolution, c'est-à-dire une surface balayée par une courbe qui tourne autour d'une ligne fixe appelée axe de

révolution. Pour un ballon de rugby (ellipsoïde de révolution, nous avons $V = rLT^2/6$ où L est la longueur et T la plus grande épaisseur. Les volumes de formes plus compliquées peuvent souvent être trouvés à l'aide de calculs.

Pour les bocaux de forme très irrégulière et pour ceux que les règles du concours vous interdisent de toucher, il faut des méthodes plus compliquées. On peut estimer le volume en prenant des photographies sous certains angles ou en utilisant du matériel de topographie. On peut ensuite interpréter les mesures par la statistique, une autre branche des mathématiques qui peut donner un volume estimé et une idée des erreurs en cause.

N'oubliez pas l'épaisseur

Les estimations de volume que nous avons faites concernent le volume extérieur. Nous voulons connaître le volume intérieur ; il faut donc tenir compte de l'épaisseur de la paroi. Une fois qu'on a un volume estimé, c'est très simple d'estimer le nombre de haricots en se servant de ses propres récipients et haricots.

Supposons qu'on ne puisse se procurer un stock de haricots (petits pois, billes ou autres objets) comme ceux qui sont dans le récipient de concours. L'estimation devient alors plus difficile. On pourrait encore compter le nombre de haricots qui touchent la paroi intérieure dans une « fenêtre » encadrée avec du ruban adhésif collé sur la paroi extérieure. On peut ainsi obtenir la distance moyenne entre les centres des haricots et, du même coup, le volume moyen occupé par chaque haricot. Cela donne le nombre de haricots qu'on peut mettre dans le volume connu du bocal.

Employez la statistique

Il est possible d'estimer le volume et le nombre de haricots par des méthodes plus perfectionnées, mais nous n'en parlerons pas ici. Il est bon toutefois de noter que des erreurs se sont glissées dans nos calculs à différents moments. Ces erreurs et leur effet net sur la réponse finale peuvent être estimés avec précision en utilisant la statistique. La statistique nous apprend aussi comment il faut répartir nos réponses pour avoir des chances plus grandes de gagner. En gros, il faut concentrer les réponses autour des solutions les plus probables, les réponses devenant moins fréquentes à mesure que les solutions deviennent moins probables. La statistique vous indiquera également quelles sont vos chances de gagner dans l'ensemble, et même, quel salaire horaire vous pouvez gagner en participant au concours. Vous pouvez alors décider si le jeu vaut la chandelle.

Enfin, il y a aussi le point de vue psychologique à considérer. Les gens ont tendance à se servir de chiffres ronds dans les réponses qu'ils donnent au concours, ainsi que dans la vie courante. Par exemple, tous les recensements montrent qu'il y a plus de gens qui déclarent avoir 35 ans que de gens qui se donnent 34 ou 36 ans. Ainsi, si vous estimez le nombre de haricots entre 8 000 et 9 000

par exemple et si vous donnez onze réponses, ne dites pas 8 000, 8 100, 8 200, etc. Un chiffre rond n'a pas plus de chances d'être correct que n'importe quel autre.

Mais vous volez maintenant de vos propres ailes. Cherchez un concours bien loti où vous pourrez mettre vos talents à l'épreuve. Et si vous ne gagnez rien, consolez-vous en vous disant que les haricots que vous avez achetés sont comestibles.