

MATHÉMATIQUES POUR QUELQUES UNS

JOHAN G. THOMPSON est un homme jeune, simple et tenace, qui voulait devenir pasteur. Il fut rejeté quand il essaya d'entrer au collège de son choix, il y a quelques années ; motif : résultats insuffisants. Aujourd'hui cet homme jeune du Missouri (il a 32 ans) est professeur de mathématiques à l'université de Chicago. Il est près du sommet dans une des professions qui exigent le plus d'intelligence. Son domaine, c'est l'algèbre moderne, l'étude des structures mathématiques abstraites.

Son gros travail jusqu'à présent reste la « Résolubilité des groupes d'ordre impair ». Il consiste en 392 pages dactylographiées remplies de symboles, qui résolvent un problème vieux de 60 ans.

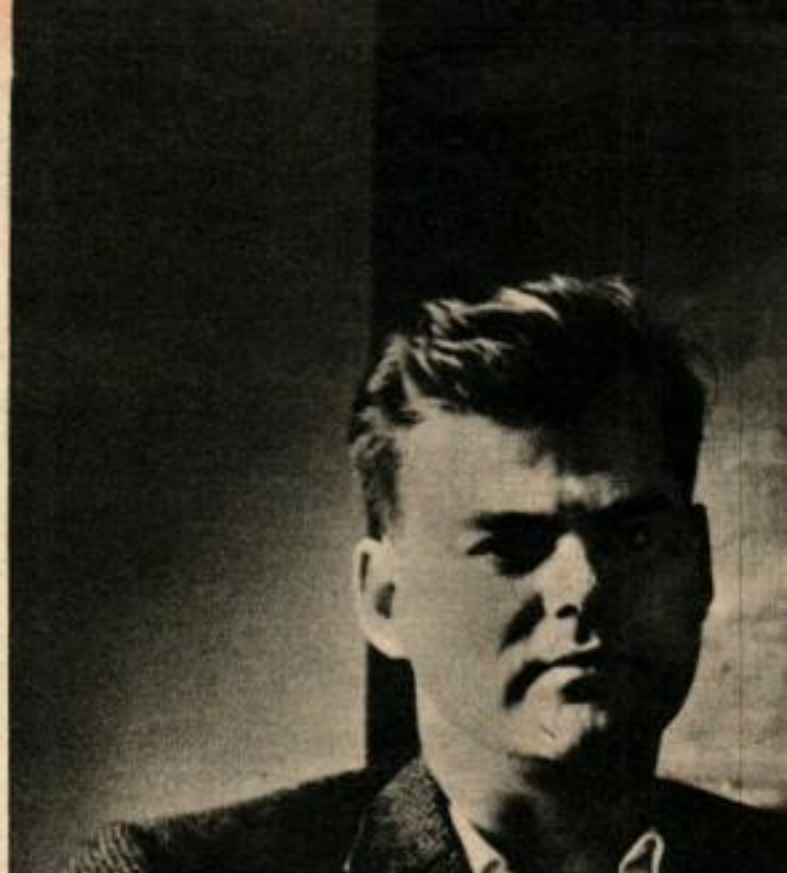
Le texte de Thompson a suscité un vif intérêt parmi les connaisseurs, ce qui veut dire que peut-être 150 personnes dans le monde vont le lire. Ce qui est plus important, c'est qu'un nombre bien supérieur d'étudiants le liront dans l'avenir. Certains trouveront sans doute des applications aux idées de Thompson, tandis que d'autres, poussés par ses recherches, s'en iront vers de nouvelles découvertes.

Adrian Albert, doyen de la section des sciences physiques à l'université de Chicago, et président de la société de mathématiques américaine, considère le travail de Thompson comme l'un des plus grands progrès de ce siècle en ce qui concerne l'algèbre.

Thompson admet qu'il ne peut expliquer la « Résolvabilité des groupes d'ordre impair » en des termes qui signifient quelque chose pour un adulte instruit. Un de ses collègues spécialisé dans une autre branche des mathématiques l'explique ainsi :

« Pour un profane intelligent, il faudrait sept ans de travail acharné pour comprendre tout juste ce que Thompson a fait. Pour moi, j'y mettrai un an. »

Reproduit avec la permission de l'université de Chicago.



Thompson a avancé dans le domaine de la raison pure ; un enfant fait ses premiers pas dans ce domaine quand il « abstrait » la notion de nombre de ses expériences sur les choses réelles. Ajouter deux et deux ne veut pas dire nécessairement deux vaches et deux vaches. De même les mathématiques abstraites de Thompson ne visent pas spécialement les nombres ou une opération déterminée comme l'addition. L'algèbre moderne travaille avec la notion d'éléments contenus dans un ensemble de choses. Un ensemble peut être fait avec des nombres, ou bien avec des images sur une bobine de film. Une « opération », c'est peut-être l'addition, ou bien l'action de changer l'ordre des images.

Un ensemble d'éléments, plus une opération définie avec soin, s'appelle un groupe. Thompson s'occupe de la théorie des groupes. Mettons simplement qu'on pose la question : que peut-on dire de l'addition qui soit vrai, aussi de l'opération de changer l'ordre des images du film ? La réponse à cette question a des répercussions dans l'étude de l'espace, du temps, des structures de l'atome, et de toutes sortes d'événements qui se passent dans l'univers.

Thompson parle avec facilité ce langage nouveau qui se sert de la notion d'une opération (une opération quelconque) sur un ensemble d'éléments (un ensemble quelconque).

Thompson pense que les sources historiques de son travail peuvent exciter l'intérêt des jeunes étudiants et stimuler leurs recherches. Il avait été intrigué par sa première rencontre avec les « Trois problèmes classiques de l'antiquité » au cours de ses études universitaires.

Les trois problèmes classiques des Grecs sont : 1) la trisection de l'angle, c'est-à-dire partager un angle quelconque en trois angles

egaux. 2) la quadrature du cercle, c'est-à-dire la construction d'un carré ayant exactement la même surface qu'un cercle donné. 3) la

duplication du cube, c'est-à-dire la construction d'un cube ayant exactement un volume double d'un cube donné.

« Tout à coup j'ai eu une idée, et j'ai senti qu'elle était capable d'étayer cette hypothèse. Je n'ai eu qu'à poursuivre. » Résultat : une preuve éclatante.

Ces problèmes classiques avaient victorieusement résisté à tous les essais de solution, non parce que les anciens mathématiciens ne pouvaient la trouver, mais parce que les constructions proposées ne sont pas réalisables en n'utilisant que la règle et le compas. La preuve que la solution n'existe pas « résoud » le problème exactement aussi bien que la découverte d'une solution qui existe.

Solutions impossibles.

Les solutions de ces trois problèmes sont impossibles, parce que certaines longueurs, que l'on pourrait tracer et mesurer avec toute la précision que l'on voudrait, ne peuvent être construites avec la règle et le compas. Deux, parmi ces trois problèmes classiques, nécessitent des racines cubiques, et le troisième exige le nombre pi. Voilà pourquoi on ne peut construire ces longueurs comme demandé.

Des faits de ce genre n'inquiètent guère les mathématiciens « appliqués » (c'est-à-dire qui s'intéressent aux applications). Une précision de trois ou quatre décimales est assez bonne pour envoyer une fusée dans la Lune. De telles approximations existent pour les trois problèmes classiques des Grecs. D'ailleurs, Archimède avait trouvé une construction exacte pour la trisection de l'angle, mais sa solution utilisait une règle à coulisse, ce qui n'était pas conforme au problème posé.

Pendant des siècles, des savants ont essayé de couper l'angle en trois, de carrer le cercle et de doubler le cube.

Au XIX^e siècle, Evariste Galois, mathématicien français à peine plus âgé qu'un enfant, posait les bases de la théorie de la résolubilité des équations. Ceci devait mettre un terme aux discussions des mathématiciens sur les trois problèmes classiques.

En 1832, Galois était à la veille de se battre en duel, avec peu de chances de s'en tirer. Il passa la longue nuit qui précédait le duel à écrire ses conceptions mathématiques, dans une lettre à un ami. Le matin suivant, comme prévu, il était tué. Il avait 20 ans.

La théorie des groupes

La théorie des groupes, énoncée dans la lettre de Galois, est une des notions les plus importantes des mathématiques modernes, d'après Thompson. Des mathématiciens travaillant suivant les idées de Galois ont bientôt prouvé, entre autres choses, qu'il ne pouvait y avoir de solution générale aux trois problèmes classiques de l'antiquité. On a aussi découvert que la théorie des groupes avait des applications fondamentales dans la mécanique quantique, la fabrication des calculateurs, et d'autres domaines pratiques.

Thompson est né le 13 octobre 1932, à

(Suite page 119)

Mathématiques pour quelques-uns

(Suite de la page 43)

Ottawa, Kansas. Il suivit d'abord les cours de l'université de Yale, dans l'espoir de devenir pasteur, mais il ne réussit pas dans cette voie.

Alors, Thompson se mit au travail au Junior College de Jefferson-City (Mo) dans des sujets divers : physique, chimie, français. L'année suivante, Yale l'acceptait.

Une fois, à New Haven, Thompson opta pour les mathématiques. Après ses examens, il vint à Chicago pour des études supérieures. Il a reçu son doctorat en sciences en 1959, avec, comme spécialité, la théorie des groupes.

Les groupes sont soit finis, s'ils possèdent un nombre limité d'éléments, soit infinis.

Un groupe fini non numérique

Voici un exemple de groupe fini non numérique : un cube qui subit des rotations, toutes multiples de 90° .

En algèbre, le résultat est le même, quel que soit l'ordre de la multiplication des facteurs, $ab = ba$. Le même principe s'applique si vous tournez un cube d'un quart de tour à la fois. Une rotation à gauche suivie d'une rotation à droite est la même chose qu'une rotation à droite suivie d'une rotation à gauche. Cet exemple est simple, mais il montre bien comment des principes tirés de l'algèbre élémentaire peuvent s'appliquer dans d'autres domaines. Un groupe fini peut contenir un nombre d'éléments pair ou impair. En 1904, un mathématicien anglais du nom de Burnside avait suggéré que tous les groupes d'ordre impair seraient « résolubles ». Ce fut le point de départ de Thompson.

« A ce stade, dit-il, j'ai eu une idée et j'ai senti qu'elle était capable d'étayer cette hypothèse. Je n'ai eu qu'à poursuivre. »

Il a poursuivi pendant plus d'un an, avec l'assistance de Walter Feit, un collègue déjà docteur. Le résultat fut la preuve que tous les groupes d'ordre impair sont bien résolubles.

Les groupes d'ordre impair

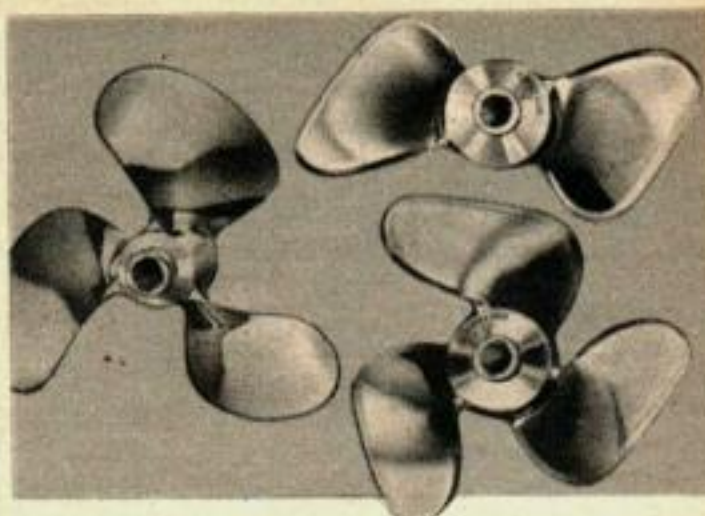
Un numéro entier du « Journal de mathématiques du Pacifique » a été consacré à la « Résolubilité des groupes d'ordre impair », avec des compléments de Feit et de Thompson, en avril 1961.

Après un an d'enseignement à Harvard, Thompson est retourné à Chicago pour enseigner et continuer ses recherches. Actuellement, Thompson travaille à analyser la « symétrie ».

Au XIX^e siècle, les mathématiciens ont déterminé avec une assez jolie précision divers types de symétrie. Une sphère possède une symétrie radiale ; un homme possède une symétrie bilatérale, car jusqu'à un certain point, sa droite est l'image de sa gauche réfléchie dans un miroir.

Univers « symétrique »

Un physicien dirait peut-être que l'univers est symétrique, parce que si un événement se



Équipement parfait pour tous les hors-bord américains !

Il y a un dépositaire d'hélices Michigan dans la plupart des grandes villes. Il pourra vous conseiller dans le choix de l'hélice la mieux appropriée à votre bateau, à votre moteur, à votre vitesse, à votre charge, et garanties de sécurité. Choisissez parmi les centaines de modèles éprouvés à 2, 3 et 4 pales, en aluminium ou en bronze. Toutes précisions d'usinage. Entière garantie.

MICHIGAN WHEEL CO.
DEPT. F GRAND RAPIDS
MICH. U.S.A.
CABLE : MICHIMOTOR

MICHIGAN

Le plus grand fabricant d'hélices du monde

L'ARMÉE DE TERRE offre une SITUATION IMMEDIATE et de très intéressantes perspectives D'AVENIR

aux jeunes gens âgés de 18 ANS
et possédant au moins un niveau égal au
CERTIFICAT D'ETUDES PRIMAIRES

Pour favoriser le recrutement de ses cadres de commandement et de ses spécialistes, l'Armée de Terre vient d'adapter aux besoins actuels de la jeunesse les conditions offertes aux engagés volontaires et aux jeunes sous-officiers.

Les engagés choisissent leur arme, leur régiment ou leur école et préparent dans d'excellentes conditions l'une des 321 spécialités offertes par l'Armée de Terre (électronique, radio, auto, etc.). DES leur entrée au service, ILS NE SONT PLUS A LA CHARGE DE LEUR FAMILLE, même pour l'argent de poche. Pendant les dix-huit premiers mois, défrayés de tout, ils perçoivent pour leurs besoins personnels de 160 à 360 F par mois, suivant la nature de leur engagement.

Ils peuvent être nommés très rapidement sous-officiers — à partir de dix mois — et percevoir à la fois, après la durée légale du service :

- une solde mensuelle de début de 600 F ;
- une surprime pouvant atteindre 7 350 F.

De plus, ils peuvent faire carrière, avec retraite, après 15 ans de service, ou trouver à l'issue de leur engagement des situations lucratives dans la vie civile (techniciens et cadres).

Pour tous renseignements complémentaires, s'adresser :

CENTRE DE DOCUMENTATION ET D'ACCUEIL DE L'ARMÉE DE TERRE :

PARIS : A l'angle de la rue de Reuilly et du boulevard Diderot (12^e) ;

PROVINCE : Au chef-lieu de votre département ;

OU ECRIRE A :

ETAT-MAJOR DE L'ARMÉE DE TERRE

Direction Technique des Armes et de l'Instruction
(Serv. MP), 37, boul. de Port-Royal, PARIS (13^e).

produit en un lieu, il peut être reproduit ailleurs. Avec l'aide de symboles mathématiques, pouvons-nous formuler avec davantage de précision les symétries géométriques, et, ainsi, augmenter notre compréhension des symétries non géométriques ?

Muni d'un papier et d'un crayon, travaillant seul dans son petit bureau au 2^e étage de Eckhart Hall, à l'université, Thompson espère y arriver.

AUX ATELIERS BAROUX

152/160, bd de la Gare, Paris 13^e - Tél. : GOB 82-39

Spécialiste en décoration des Foires et Expositions

vous trouverez les

Fournitures générales pour

Peintres en lettres, décorateurs,
Installateurs, étalagistes et bricoleurs.

Pancartes, calicots, sérigraphie, stands,
accessoires pour vitrines, etc.

Distributeurs LEFRANC - PEUGEOT - SILEX

RODEL - VALDORBOIS - ALCAMER

— Fabricants des produits AVRICOLOR —

- Représentants et distributeurs demandés -